

תוכן העניינים:

2	מתמטיקה לכיתה ז
2	מושגים ראשוניים בגאומטריה
2	הקדמה כללית והגדרות יסודיות
2	סיכום כללי
5	פעולות יסודיות עם קטעים
5	סיכום כללי
5	שאלות
5	תשובות סופיות
6	זוויות בגאומטריה
6	סיכום כללי
7	שאלות
8	תשובות סופיות
9	זוויות קודקודיות, זוויות צמודות וחוצה זווית
9	סיכום כללי
9	שאלות
10	תשובות סופיות
11	זוויות בין ישרים מקבילים
11	סיכום כללי
13	שאלות
15	תשובות סופיות
16	המלבן
16	סיכום כללי
17	שאלות
17	תשובות סופיות
18	מרחק נקודה מישר
18	סיכום כללי
18	שאלות
19	תשובות סופיות

מתמטיקה לכיתה ז

מושגים ראשוניים בגאומטריה

הקדמה כללית והגדרות יסודיות:

סיכום כללי:

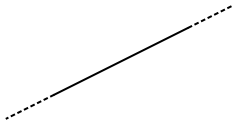
מושגי יסוד:

❖ נקודה:

סימון יסודי לתיאור מיקום מדויק במרחב.
לנקודה אין אורך, רוחב או עובי והיא בעלת אפס מימדים.

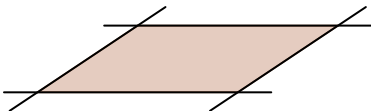
❖ ישר (או קו ישר):

מושג יסודי המתואר ע"י מימד אחד ויחיד - אורך.
לישר אין אף עיקול אלא הוא מתקדם בכיוון אחד בלבד
(והוא כיוון אורך הישר).



❖ מישור:

מושג יסוד המתאר את העצם הדו-מימדי הבסיסי.
למישור שני מימדים בלבד - אורך ורוחב, הוא חסר עובי.
עקב כך המישור הוא שטוח וממשיך לאינסוף בכל כיוון
משני כיווני ההתקדמות שלו.



הגדרות:

❖ **קרן:**



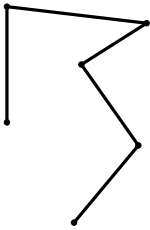
חלק מישר המוגבל בצדו האחד ע"י נקודה.

❖ **קטע:**



חלק של ישר המצוי בין שתי נקודות מסוימות שעליו.

❖ **קו שבור:**



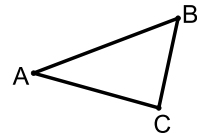
אוסף של קטעים עוקבים
(כלומר: ההתחלה של קטע אחד היא נקודת הסוף של קטע אחר).

❖ **מצולע:**

קו שבור וסגור (הקטע האחרון מסתיים בנקודת ההתחלה של הקטע הראשון)
אשר אינו חותך את עצמו.
קטע במצולע נקרא **צלע** ונקודה במצולע נקראת **קודקוד**.

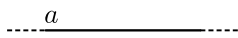
סימונים:

❖ **סימון נקודה:**



נסמן נקודה באות גדולה באנגלית: A, B, C, \dots

❖ **סימון ישר:**



מקובל לסמן ישר באות קטנה ונטויה באנגלית: a, b, \dots

❖ **סימון קטע:**

נסמן קטעים במצולע ע"י שני קודקודי הקצה שלהם, למשל: AB .
דרך נוספת היא סימון האורך של קטע באמצעות אות קטנה באנגלית כגון: a, b, x, y, \dots

אקסיומה - הגדרה:

הנחת יסוד שלא ניתן להוכיחה.

5 האקסיומות היסודיות של אוקלידס:

- אפשר להעביר קטע ישר בין שתי נקודות.
- אפשר להמשיך קטע ישר ללא גבול.
- אפשר לתאר מעגל על-פי מרכז ורדיוס.
- כל הזוויות הישרות שוות ביניהן.
- אם שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי באופן שסכום הזוויות הפנימיות באחד הצדדים קטן מסכום שתי זוויות ישרות, אז אם יוארכו הישרים מספיק באותו צד הם ייפגשו.

ניסוח שקול (אקסיומת המקבילים):
דרך נקודה מחוץ לישר ניתן להעביר ישר אחד ויחיד שמקביל לישר הנתון.

משפטים:

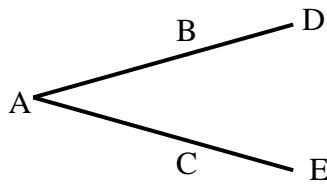
משפט הוא פסוק שניתן להוכיח אותו באמצעות אקסיומות וטענות/משפטים אחרים.

פעולות יסודיות עם קטעים:

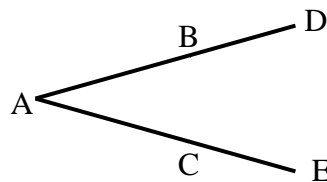
סיכום כללי:

בנושא זה נלמד כיצד לחשב ולכתוב בצורה נכונה את אופן החיבור והחיסור של קטעים בגאומטריה של המישור.

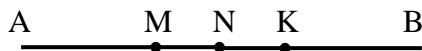
שאלות:



- (1) באיור שלפניך נתון: $AB = AC$, $BD = CE$.
הוכח: $AD = AE$.

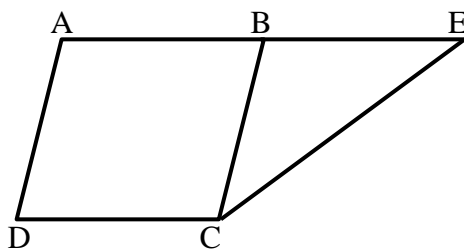


- (2) באיור שלפניך נתון: $AD = AE$, $AB = AC$.
הוכח: $BD = CE$.



- (3) הנקודות A, M, N, K, B נמצאות על ישר אחד.
נתון כי: $AM = KB$, $MN = NK$.
הוכח: $AN = BN$.

- (4) בסרטוט שלפניך נתון כי: $BC = AB$, $BE + BC = 2AB$.
הוכח: $AB = BE$.



תשובות סופיות:

שאלות הוכחה.

זוויות בגאומטריה:

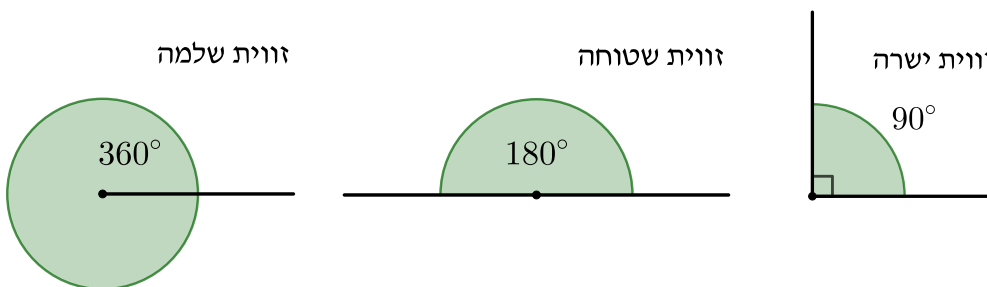
סיכום כללי:

זווית - הגדרה:

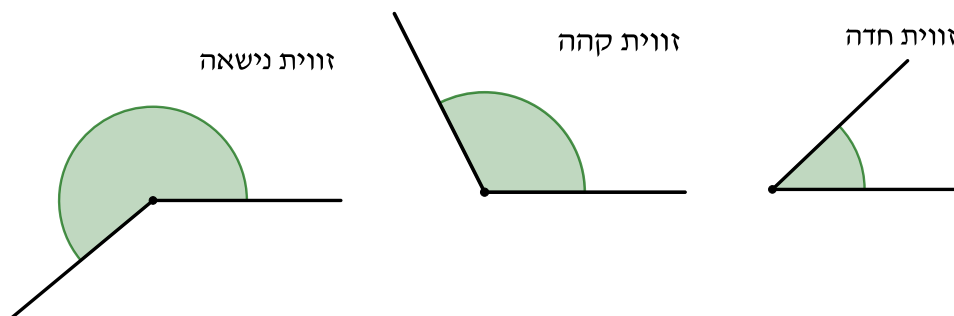
שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת יוצרות צורה הנקראת זווית.
הקרניים נקראות שוקי הזווית והנקודה נקראת קודקוד הזווית.
את גודל הזווית מודדים ביחידות הנקראות מעלות ומסומנות: X° .

סוגי זוויות:

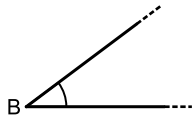
- זווית שלמה - זווית בת 360° (בה שוקי הזווית מתלכדות זו עם זו).
- זווית שטוחה - מחצית מזווית שלמה, כלומר בת 180° ובה שוקי הזווית מונחות על ישר אחד.
- זווית ישרה - רבע מזווית שלמה, כלומר בת 90° ובה שוקי הזווית מאונכות זו לזו.



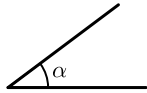
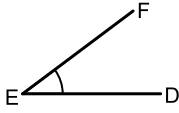
- זווית חדה - זווית הגדולה מ- 0° אך קטנה מ- 90° .
- זווית קהה - זווית הגדולה מ- 90° אך קטנה מ- 180° .
- זווית נישאָה - זווית הגדולה מ- 180° אך קטנה מ- 360° .



סימון זוויות:

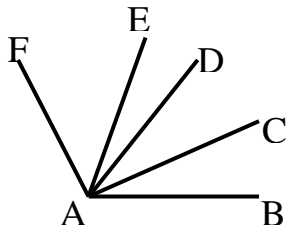


ניתן לסמן זווית בכמה דרכים:

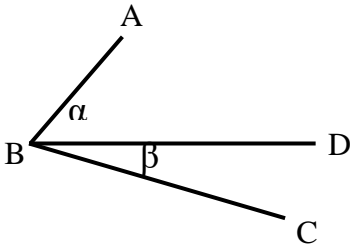


- סימון באמצעות קודקוד הזווית: $\sphericalangle B$.
- סימון באמצעות נקודות הקצה וקודקוד הזווית $\sphericalangle DEF$.
- סימון באמצעות אות יוונית: α, β, γ .

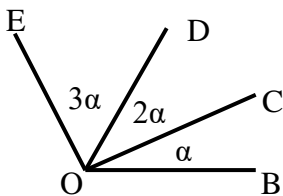
שאלות:



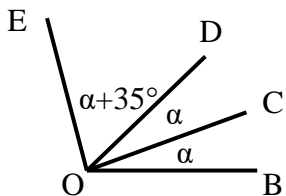
- (1) נתון: $\sphericalangle FAE = 2 \cdot \sphericalangle EAD$, $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAC$
 וכן: $\sphericalangle EAB = 80^\circ$, $\sphericalangle FAD = 60^\circ$
 חשב את הזוויות הבאות:
 $\sphericalangle FAB$, $\sphericalangle EAC$, $\sphericalangle CAB$



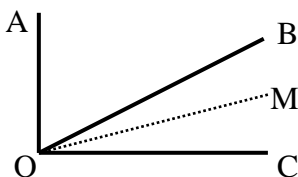
- (2) באיור שלפניך נתון: $\sphericalangle ABC = 69^\circ$
 נתון כי: $\alpha = 2\beta$ (זוויות סמוכות).
 מצא את α ואת β .



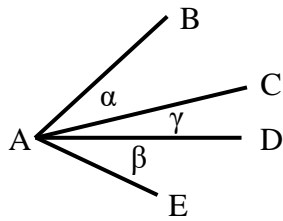
- (3) באיור שלפניך מספר קרניים היוצאים מהנקודה O.
 הנתונים הם: $\sphericalangle EOB = 138^\circ$
 חשב את הזוויות הבאות:
 $\sphericalangle EOD$, $\sphericalangle DOC$, $\sphericalangle COB$



- (4) באיור שלפניך נתון: $\sphericalangle EOB = 110^\circ$
 שאר הנתונים מופיעים בתרשים.
 חשב את הזוויות הבאות:
 $\sphericalangle EOC$, $\sphericalangle DOC$



- (5) נתון האיור הבא ובו: $\sphericalangle AOC = 90^\circ$
 OM חוצה את זווית BOC.
 מתקיים: $\sphericalangle AOB = 3 \sphericalangle MOC$
 חשב את: $\sphericalangle AOM$, $\sphericalangle BOM$



6 בסרטוט שלפניך נתון: $\alpha = \beta$.
הוכח כי: $\angle BAD = \angle EAC$.

תשובות סופיות:

1 $\angle FAB = 120^\circ$, $\angle EAC = 50^\circ$, $\angle CAB = 30^\circ$

2 $\alpha = 46^\circ$, $\beta = 23^\circ$

3 $\angle BOC = 23^\circ$, $\angle COD = 46^\circ$, $\angle DOE = 69^\circ$

4 $\angle EOC = 85^\circ$, $\angle DOC = 25^\circ$

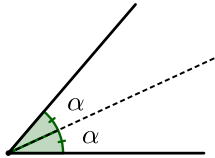
5 $\angle AOM = 72^\circ$, $\angle BOM = 18^\circ$

6 שאלת הוכחה.

זוויות קודקודיות, זוויות צמודות וחוצה זווית:

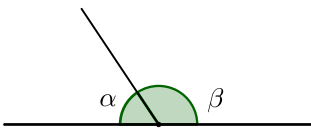
סיכום כללי:

חוצה זווית:



קרן היוצאת מקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות שוות נקראת חוצה הזווית.

זוויות צמודות:

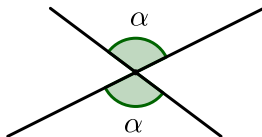


שתי זוויות שלהן שוק אחת משותפת ושתי השוקיים האחרות נמצאות על ישר אחד נקראות זוויות צמודות.

תכונה:

סכום הזוויות של שתי זוויות צמודות שווה ל- 180° .

זוויות קודקודיות:

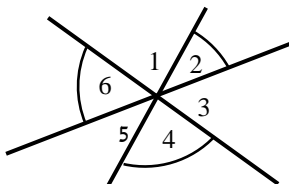


שני ישרים החותכים זה את זה יוצרים ארבע זוויות, כל שתיים מהן שאינן צמודות נקראות זוויות קודקודיות.

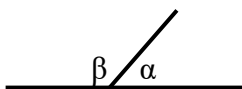
משפט:

כל שתי זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

שאלות:

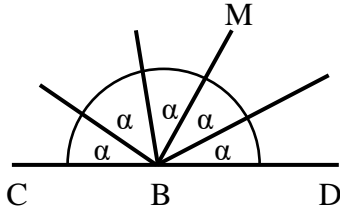


(1) חשב את סכום הזוויות הבאות (נמק):
 $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 4 + \sphericalangle 6$

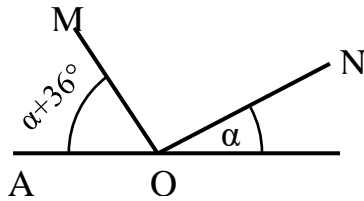


(2) באיור שלפניך הזוויות α ו- β הן זוויות צמודות.
ידוע כי: $\alpha = 63^\circ$.
מצא את זווית β .

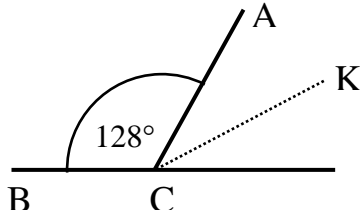
- (3) באיור שלפניך הזווית CBD היא שטוחה.
 כל הזוויות שוות ל- α .
 א. חשב את α .
 ב. חשב את זווית CBM.



- (4) בסרטוט שלפניך ידוע:
 הזווית AOB היא שטוחה.
 נתון: $\alpha = 27^\circ$.
 הוכח כי: $MO \perp NO$.



- (5) הזוויות $\sphericalangle ACB$ ו- $\sphericalangle ACD$ הן צמודות.
 ידוע כי CK חוצה זווית ACD.
 כמו כן: $\sphericalangle ACB = 128^\circ$.
 חשב את זווית BCK.



תשובות סופיות:

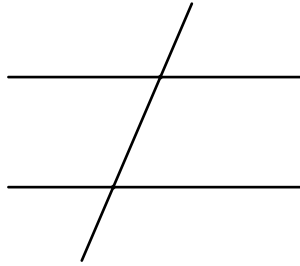
- (1) 180° .
 (2) $\beta = 117^\circ$.
 (3) א. $\alpha = 36^\circ$. ב. $\sphericalangle CBM = 108^\circ$.
 (4) שאלת הוכחה.
 (5) $\sphericalangle BCK = 154^\circ$

זוויות בין ישרים מקבילים:

סיכום כללי:

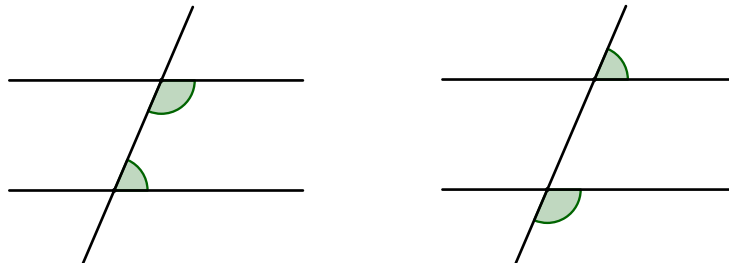
ישרים מקבילים:

שני ישרים, הנמצאים באותו המישור, ואינם נחתכים באף נקודה נקראים ישרים מקבילים.



זוויות חד-צדדיות:

שתי זוויות שנכלאות על ידי הישרים המקבילים וישר החיתוך מאותו צד של ישר החיתוך אך מצדדים שונים של הישרים המקבילים נקראות זוויות חד-צדדיות.



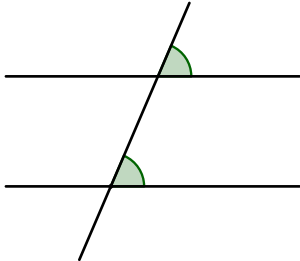
מהאקסיומה החמישית של אוקלידס (אקסיומת המקבילים) מתקיים:

ניסוח 1: אם הזוויות החד-צדדיות הנוצרות בין זוג ישרים מקבילים וישר חיתוך משלימות ל- 180° אז הישרים מקבילים.

ניסוח 2: אם זוג ישרים הם מקבילים, אז הזוויות החד-צדדיות הנוצרות בין הישרים המקבילים וישר חיתוך נוסף ישלימו ל- 180° .

זוויות מתאימות:

שתי זוויות שנכלאות על ידי הישרים המקבילים וישר החיתוך מאותו צד של ישר החיתוך ואותו הצד של כל אחד מהישרים המקבילים נקראות זוויות מתאימות.



משפט:

זוויות מתאימות בין שני ישרים מקבילים וישר חיתוך שוות זו לזו.

ניסוח מתמטי: אם: $a \parallel b$ אז: $\alpha = \beta$.

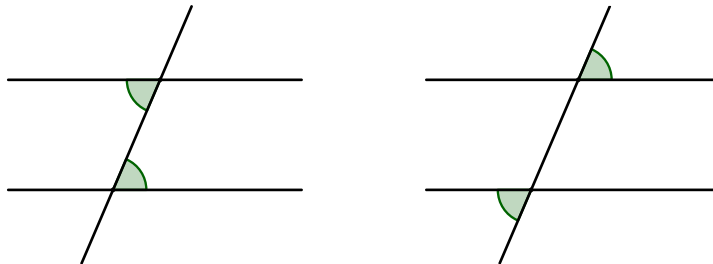
משפט (הפוך):

נתונים שני ישרים וישר חיתוך, אם יש זוג זוויות מתאימות השוות זו לזו אז שני הישרים מקבילים.

ניסוח מתמטי: אם: $\alpha = \beta$ אז: $a \parallel b$.

זוויות מתחלפות:

שתי זוויות שנכלאות על ידי הישרים המקבילים וישר החיתוך מצדדים שונים של ישר החיתוך ומצדדים שונים של כל אחד מהישרים המקבילים נקראות זוויות מתחלפות.



משפט:

זוויות מתחלפות בין שני ישרים מקבילים וישר חיתוך שוות זו לזו.

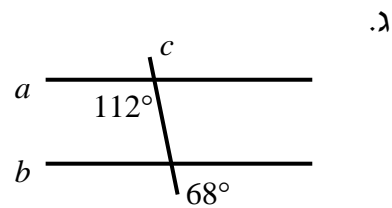
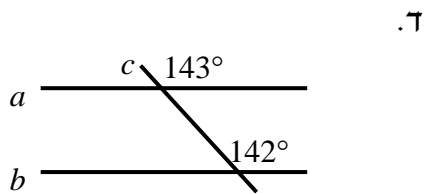
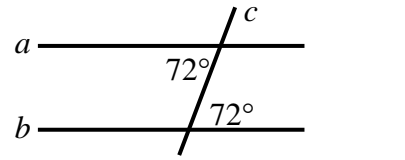
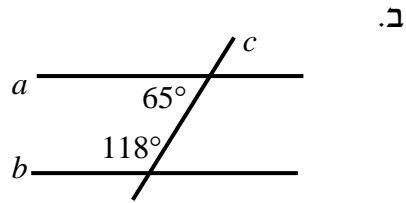
משפט (הפוך):

נתונים שני ישרים וישר חיתוך, אם יש זוג זוויות מתחלפות השוות זו לזו אז שני הישרים מקבילים.

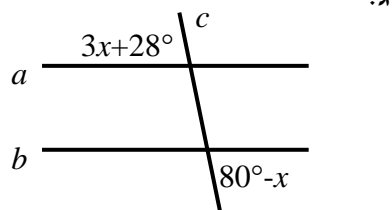
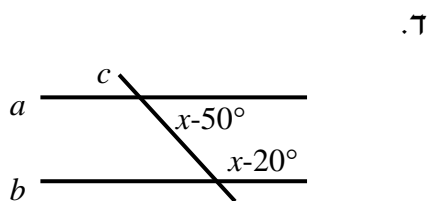
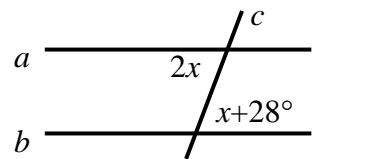
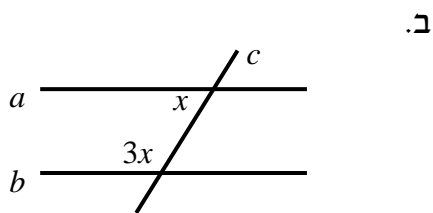
ניסוח מתמטי: אם: $\alpha = \beta$ אז: $a \parallel b$.

שאלות :

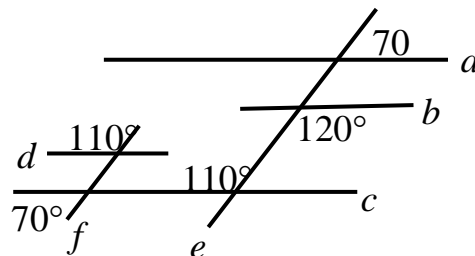
1) קבע בכל מקרה האם הישרים a ו- b מקבילים או שלא. נמק.

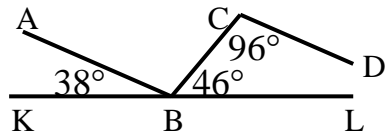


2) הישרים a ו- b מקבילים. מצא את x בכל אחד מהמקרים הבאים :

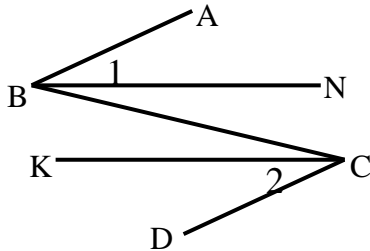


3) מצא את זוגות הישרים המקבילים בסרטוט הבא. נמק.

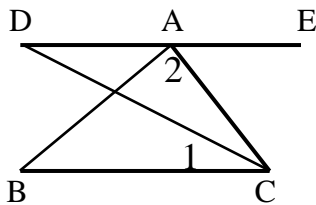




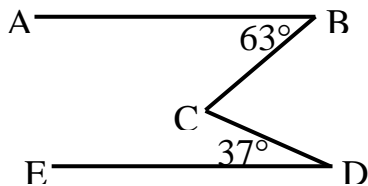
- (4) בסרטוט שלפניך נתון כי KL הוא קו ישר.
שאר הזוויות מופיעות בתרשים.
הוכח כי: $AB \parallel CD$.



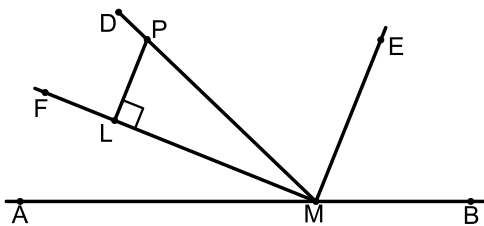
- (5) באיור שלפניך נתון כי:
 $\angle B_1 = \angle C_2$, $\angle ABC = \angle BCD$
הוכח כי: $BN \parallel CK$.



- (6) באיור שלפניך מופיע קטע ישר DE.
מהנקודה A מעבירים את הקטעים AB ו-AC.
מחברים את BC וידוע כי $BC \parallel DE$.
מעבירים את CD – חוצה זווית C.
נתון: $\angle A_1 = 68^\circ$, $\angle A_2 = 85^\circ$.
א. חשב את הזווית $\angle C_1$.
ב. חשב את הזווית $\angle B$.



- (7) בסרטוט שלפניך נתון:
 $\angle D = 37^\circ$, $\angle B = 63^\circ$, $AB \parallel DE$.
חשב את גודל הזווית BCD.



- (8) הנקודות A, M, B נמצאות על קו ישר.
ידוע כי ME חוצה את $\angle BMD$,
וכי MF חוצה את $\angle AMD$.
נתון כי: $\angle MLP = 90^\circ$.
הוכח כי: $PL \parallel ME$.
רשום את שלבי ההוכחה הפורמלית.

תשובות סופיות:

- (1) א. כן ב. לא ג. כן ד. לא.
- (2) א. 28° ב. 45° ג. 13° ד. 125° .
- (3) $a \parallel c \parallel d, e \parallel f$
- (4) שאלת הוכחה.
- (5) שאלת הוכחה.
- (6) א. 34° ב. 27° .
- (7) $\sphericalangle BCD = 100^\circ$.
- (8) שאלת הוכחה.

המלבן:

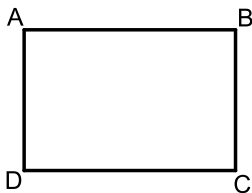
סיכום כללי:

הגדרה:

מרובע שבו שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות: $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$.
 ובו כל הצלעות מאונכות זו לזו: $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $CD \perp AD$, $AB \perp AD$.

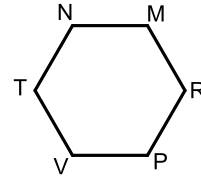
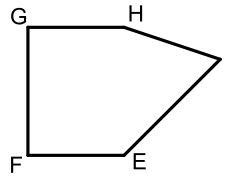
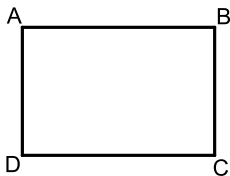
תכונות המלבן:

במרובע, צלעות נגדיות הן צלעות שאין להן קודקוד משותף.



- הצלעות הנגדיות במלבן שוות זו לזו.
- הצלעות הנגדיות במלבן מקבילות זו לזו.
- במלבן שני אלכסונים.

הגדרות נוספות במצולעים:



קודקודים סמוכים:

זוג קודקודים שיש להם צלע משותפת הם קודקודים סמוכים.

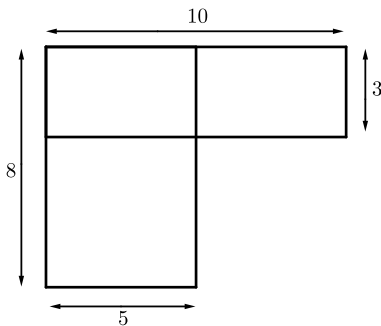
צלעות סמוכות:

זוג צלעות שיש להן קודקוד משותף נקראות צלעות סמוכות.

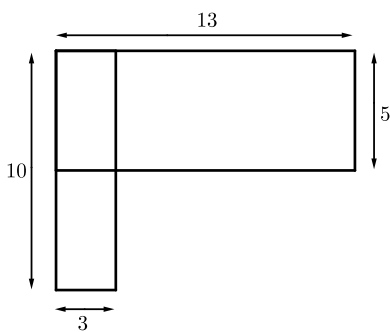
אלכסון:

קטע היוצא משני קודקודים שאינם סמוכים נקרא אלכסון.

שאלות:



- (1) בסרטוט הבא שני מלבנים שיש להם זווית אחת משותפת. כל אורכי הצלעות של המלבנים רשומים בס"מ.
- מצאו את אורכי הצלעות של המלבן המשותף.
 - חשבו את היקפו של המלבן המשותף.
 - חשבו את שטחו של המלבן המשותף.



- (2) בסרטוט הבא מופיעים שני מלבנים שיש להם זווית אחת משותפת. אורכי הצלעות של שני המלבנים רשומים בס"מ.
- הסבירו מדוע המרובע המשותף הוא מלבן.
 - חשבו את ההיקף ואת השטח של המלבן המשותף.
 - ציירו שני מלבנים נוספים בעלי זווית אחת משותפת, כך שהמרובע המשותף יהיה ריבוע. מהו התנאי לכך? פרטו.

תשובות סופיות:

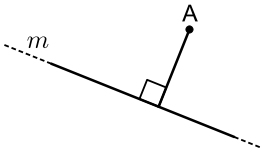
- (1) א. 3 ס"מ על 5 ס"מ ב. 16 ס"מ ג. 15 סמ"ר
- (2) א. יש לו 4 זוויות ישרות ב. 16 ס"מ, 15 סמ"ר ג. צלעות המלבנים צריכות להיות עם מידה משותפת.

מרחק נקודה מישר:

סיכום כללי:

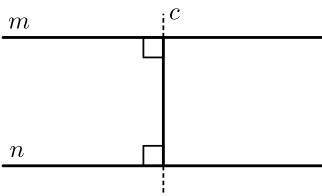
הגדרה:

קטע היוצא מנקודה ומאונך לישר נקרא מרחק הנקודה מהישר.



הבחנה:

אם אותו ישר מאונך לשני ישרים, אז הישרים מקבילים זה לזה.



שאלות:

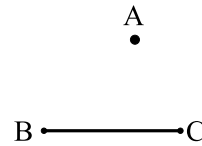
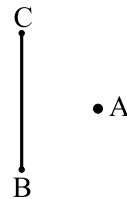
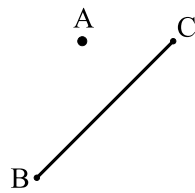
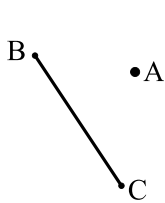
1) בכל סעיף, סרטטו את המרחק של הנקודה A מהקטע BC:

ד.

ג.

ב.

א.

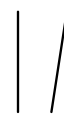


2) קבעו לגבי כל זוג ישרים אם הם מקבילים או נחתכים:

ג.

ב.

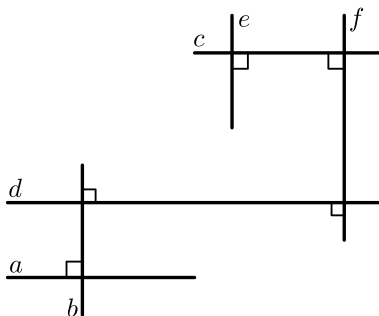
א.



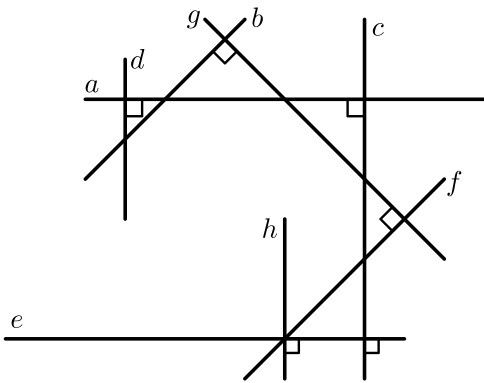
3) בסרטוט שלפניכם:

א. מצאו את כל הישרים המקבילים לישר a.

ב. מצאו את כל הישרים המקבילים לישר b.

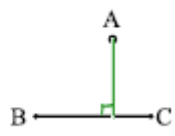

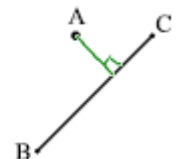
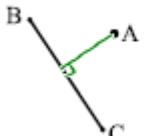


4) לפניכם הסרטוט הבא :



- א. כתבו את כל הישרים המאונכים זה לזה.
- ב. כתבו את כל הישרים המקבילים זה לזה.
- ג. מצאו זוג ישרים שאינם מקבילים זה לזה ואינם מאונכים זה לזה.
- ד. הוסיפו ישר המאונך לישר b .
- ה. הוסיפו ישר המקביל לישר b .

תשובות סופיות:

- 1) א.  ב.  ג.  ד. 

2) א. נחתכים ב. מקבילים ג. נחתכים

3) א. $a \parallel d, a \parallel c, c \parallel d$ ב. $b \parallel f, b \parallel e, e \parallel f$

4) א. $a \perp d, a \perp c, c \perp e, h \perp e, b \perp g, f \perp g$

ב. $c \perp d, a \perp e, h \perp c, h \perp d, b \perp g$

ג. $b \perp a, g \perp a, d \perp b, g \perp d$.

ד+ה. להלן סרטוט:

